

國立中正大學
111 學年度碩士班招生考試
試題

[第 1 節]

科目名稱	經濟學
系所組別	經濟學系國際經濟學

—作答注意事項—

※作答前請先核對「試題」、「試卷」與「准考證」之系所組別、科目名稱是否相符。

1. 預備鈴響時即可入場，但至考試開始鈴響前，不得翻閱試題，並不得書寫、畫記、作答。
2. 考試開始鈴響時，即可開始作答；考試結束鈴響畢，應即停止作答。
3. 入場後於考試開始 40 分鐘內不得離場。
4. 全部答題均須在試卷（答案卷）作答區內完成。
5. 試卷作答限用藍色或黑色筆（含鉛筆）書寫。
6. 試題須隨試卷繳還。

國立中正大學 111 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：經濟學

本科目共 6 頁 第 1 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學

注意：本試卷有兩部份，Part I 有 20 題單選題，Part II 有 6 題填充題。請考生答題前，務必閱讀每一部分的注意事項。

Part I：單選題（每題 3 分，共 60 分）

注意事項：依照題號順序，將答案寫在答案卷第一頁選擇題作答區對應題號空格內（第 1~20 格）。
每格答對得 3 分，答錯或未作答 0 分。

1. 消費者 A 的效用函數為 $U = \min \{2X+Y, X+3Y\}$ ，當 $P_X = 1, P_Y = 2$ 且消費者所得為 30 時，其最適消費量 $(X^*, Y^*) = ?$
(A) (10, 10)。
(B) (20, 5)。
(C) (15, 7.5)。
(D) (30, 0)。
2. 當產品 X 與 Y 的價格分別為 $P_X = 5$ 和 $P_Y = \alpha$ 時，消費者 A 的消費量為 $X = 3$ 與 $Y = 6$ ；當產品價格為 $P_X = \beta$ 和 $P_Y = 2$ 時，其消費量為 $X = 4$ 與 $Y = 3$ 。若消費者 A 的選擇違反了顯示性偏好弱公理 (weak axiom of revealed preference)，則 (α, β) 可能為以下哪一組？
(A) (1, 10)。
(B) (3, 8)。
(C) (6, 4)。
(D) (1, 3)。
3. 市場供給函數為 $Q^S = 2P$ ，需求函數為 $Q^D = 6 - P$ 。現若政府設置市場價格上限 (price ceiling) 為 1，則相較於未設價格上限時，以下敘述何者正確？
(A) 消費者剩餘提高 2。
(B) 生產者剩餘減少 3。
(C) 社會福利的無謂損失 (deadweight loss) 為 4。
(D) 以上皆非。
4. 產品 X 的需求函數為 $X = 10 - 2P_X - 3P_Y + 5I$ ，其中 P_X 與 P_Y 為產品 X 與 Y 的價格， I 為所得。以下敘述何者正確？
(A) X 為劣等財。
(B) X 為季芬財。
(C) X 與 Y 為毛互補品 (gross complement)。
(D) X 與 Y 為毛替代品 (gross substitute)。

國立中正大學 111 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：經濟學

本科目共 6 頁 第 2 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學

5. 以下哪個效用函數其產品 X 的恩格爾線(Engel curve)非直線？
- (A) $U = X + Y$ 。
 - (B) $U = \min\{X, Y\}$ 。
 - (C) $U = X^{\frac{1}{3}}Y^{\frac{2}{3}}$ 。
 - (D) $U = \sqrt{X} + Y$ 。
6. 廠商的總成本函數為 $TC = Q^2 + 2Q + 4$ 。以下敘述何者錯誤？
- (A) 固定成本為 4。
 - (B) 當 $Q = 2$ 時，平均成本與邊際成本相等。
 - (C) 邊際成本隨產量增加而遞增。
 - (D) 平均成本隨產量增加而遞減。
7. 以下五個生產函數中，哪些為固定規模報酬(constant returns to scale)? (I) $Q = LK$; (II) $Q = 2L + 3K$; (III) $Q = \min\{2L, 3K\}$; (IV) $Q = L + \sqrt{K}$; (V) $Q = (L^2 + K^2)^{-1/2}$ 。
- (A) I, II, III。
 - (B) II, III, V。
 - (C) I, III, V。
 - (D) I, II, III, IV。
8. 以下關於獨占性競爭(monopolistic competitive)市場的描述何者為誤？
- (A) 廠商為價格接受者。
 - (B) 各廠商生產異質產品。
 - (C) 廠商可自由進出市場。
 - (D) 長期均衡下廠商的利潤為零。
9. 有一獨占廠商的生產函數為 $Q = L^{0.5}K^{0.5}$ 。若 L 的價格為 4， K 的價格為 1，且市場需求函數為 $Q = 100 - 4P$ ，則該獨占廠商的利潤極大產量為：
- (A) 12。
 - (B) 40。
 - (C) 42。
 - (D) 46。
10. A 與 B 兩家廠商生產同質產品，兩家廠商的成本函數分別為 $TC_A = 2q_A^2 + 2q_A$ 與 $TC_B = q_B^2 + q_B$ 。市場需求反函數為 $P = 10 - q_A - q_B$ ，若兩家廠商進行 Cournot 競爭，則均衡產量 (q_A^*, q_B^*) 為：
- (A) (1, 4)。
 - (B) (1, 2)。
 - (C) (2, 1)。
 - (D) (2, 4)。

國立中正大學 111 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：經濟學

本科目共 6 頁 第 3 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學

11. 古典(Classical)學派的生產函數： $Y = 10K^{1/2}N^{1/2}$ ，勞動供給函數： $N^s = 6.25w$ ；其中 w 為實質工資率。當資本存量 $K=16$ 時，勞動市場均衡的實質工資 $w =$ _____；總合供給 $Y =$ _____。
- (A) 4；25
(B) 4；200
(C) 16；400
(D) 以上皆非，因為缺少勞動需求函數。
12. 承上題，考慮兩項政策。甲政策：政府對廠商每僱用一單位勞動，補貼廠商 s 單位實質工資。乙政策：政府課徵勞動所得稅，勞動供給函數： $N^s = 6.25(1-t)w$ ， t 為所得稅率。關於甲乙政策效果，以下敘述正確的有：(1)甲政策提高勞動需求，乙政策提高勞動供給；(2)甲政策提高勞動需求，乙政策減少勞動供給；(3)兩政策皆提高實質工資與勞動就業量；(4)甲政策提高產量，乙政策減少產量；(5)兩政策皆提高實質工資；(6)兩政策皆減少勞動就業量。
- (A) (1) (3) (5)。
(B) (2) (4) (5)。
(C) (2) (5) (6)。
(D) (2) (4)。
13. 振興五倍券提升所得的效果，依照凱因斯(Keynesian)學派的幾個不同模型估算，效果最大的是：
- (A) 簡單凱因斯模型。
(B) $IS-LM$ 模型。
(C) $AS-AD$ 模型。
(D) 三個模型的所得效果相同。
14. 經濟體系的儲蓄函數： $S = -250 + 0.2Y_d$ ， Y_d 為可支配所得。投資函數： $I = 100 - 400r$ ， r 為實質利率。政府支出： $G = 200$ ，稅收： $T = 0.2Y$ 。淨出口函數： $NX = 50 - 0.14Y$ 。貨幣供給： $M^s = 500$ ，貨幣需求： $M^d/P = 0.5Y - 100r$ 。在物價可變動時，求出總合需求方程式為： $Y = \alpha + (\beta/P)$ ，試問 α 和 β 之值各為多少？
- (A) $\alpha = 120$ ； $\beta = 200$ 。
(B) $\alpha = 1180$ ； $\beta = 400$ 。
(C) $\alpha = 80$ ； $\beta = 600$ 。
(D) $\alpha = 240$ ； $\beta = 800$ 。
15. 承上題，若總合供給函數： $Y = 320P$ ，試問 $AS-AD$ 均衡的物價 P 和所得 Y 各為多少？
- (A) $P = 1$ ； $Y = 320$ 。
(B) $P = 1.5$ ； $Y = 480$ 。
(C) $P = 2$ ； $Y = 640$ 。
(D) $P = 4$ ； $Y = 1280$ 。

國立中正大學 111 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：經濟學

本科目共 6 頁 第 4 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學

16. 根據 New Classical 模型，未預期到的貨幣供給減少的效果包括：(1)所得減少；(2)物價下降；(3)實質工資下降；(4)就業量下降；(5)失業率下降；(6)名目工資不變
- (A) (1) (2) (3) (4)。
(B) (1) (2) (4)。
(C) (2) (5) (6)。
(D) (1) (2) (3) (5)。
17. 根據效率工資 (efficiency wage) 模型，勞工的生產效率 (e) 為實質工資的函數： $e = 625 + 10(W/P) + (W/P)^2$ 。追求利潤極大的廠商所制定的效率工資，滿足實質工資等於：
- (A) 25。
(B) 20。
(C) 15。
(D) 10。
18. 假設經濟目前處在 steady state per capita capital (k^*) 大於其 golden rule per capita capital (k_g)。若要到達 golden rule，該經濟應做何調整？(1)儲蓄率增加；(2)儲蓄率下降；(3)投資增加；(4)投資減少；(5)產出增加；(6)產出減少；(7)消費一直維持高於原來的水準；(8)消費先減後增，犧牲現在消費換取未來消費增加
- (A) (1) (3) (5) (7)。
(B) (2) (4) (6) (8)。
(C) (1) (3) (5)。
(D) (2) (4) (6) (7)。
19. 兩期消費模型利率上升的效果，下列敘述何者有誤：
- (A) 利率上升，本期消費相對於下期消費更加昂貴。
(B) 對一個貸方 (lender)，利率上升的替代效果若大於所得效果，則本期消費會減少。
(C) 對一個借方 (borrower)，利率上升的所得效果若大於替代效果，則本期消費會增加。
(D) 對一個借方 (borrower)，利率上升本期消費必然減少。
20. 某經濟的生產函數： $Y = 10K^{0.5}(AN)^{0.5}$ ， A 表技術， K 和 N 分別為資本和勞動。若人口成長率為 3%，儲蓄率為 40%，技術進步率為 6%，資本折舊率為 1%。試問欲維持每有效勞動力的資本 (K/AN) 為固定值，所需做的每有效勞動力的投資是多少？
- (A) 1600。
(B) 640。
(C) 400。
(D) 160。

國立中正大學 111 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：經濟學

本科目共 6 頁 第 5 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學

Part II：填空题（共 40 分）

注意事項：(1) 依照格號順序，將答案寫在答案卷第一頁選擇題作答區對應格號空格內（第 21 ~ 30 格）。每格答對得 4 分，答錯或未作答 0 分。

(2) 答題不要求任何計算過程，只依答案格內的答案對錯給分。

(3) 若無特別說明，請將答案約分至最簡分數。

1. 小安的效用函數為 $U = 2\sqrt{X} + Y$ ，其所得為 4， X 與 Y 的原始價格分別為 $P_X = 1$ 和 $P_Y = 1$ 。若 X 的價格由 1 提高至 2，則此價格變化導致 X 需求量變化的替代效果為 _____ (21) _____，所得效果為 _____ (22) _____。

2. 小翔的效用函數為 $U = RX$ ，其中 X 為消費財的數量， R 則為用在休閒的時間(小時)。小翔的稟賦為 24 小時與 \$80 的非薪資所得。其中 24 小時可用在休閒(R)或工作，若選擇工作則每小時的薪資為 \$10，而消費財 X 的價格為 \$5。小翔的最適工作時間為 _____ (23) _____ 小時。

3. 在一完全競爭市場中，代表性廠商的成本函數為 $TC = q^2 + 2q + 4$ ，市場需求反函數為 $P = 222 - 2Q$ ，則在長期均衡下，市場上會有 _____ (24) _____ 家廠商。

4. 下表為賽局的報酬矩陣，兩位玩家分別為 A 與 B。矩陣中的 (x, y) ， x 代表 A 的報酬， y 代表 B 的報酬。現考慮混合策略(mixed strategy)，令 A 選擇 U 的機率為 p ，B 選擇 L 的機率為 q ，則混合策略 Nash 均衡之 $(p, q) =$ _____ (25) _____。

		B	
		L	R
A	U	(1, 3)	(4, 2)
	D	(2, 1)	(3, 4)

5. 在 New Classical 的勞動市場，線性化的勞動需求函數為 $n^d = 15 - 4(W - P)$ ，勞動供給函數為 $n^s = 55 + 4(W - P^e)$ ；其中 P 和 P^e 分別為物價和預期物價。生產函數簡化為 $Y = 800 + 20n$ ， n 為勞動就業量。據此求得 New Classical 的 EAS (expectations-augmented aggregate supply) 曲線方程式 $Y = Y^* + \phi(P - P^e)$ ，問 $Y^* =$ _____ (26) _____； $\phi =$ _____ (27) _____。若勞動市場改成契約工資模型，勞資雙方預期未來物價下簽訂契約，則獲得的 EAS 曲線方程式 $Y = Y^* + \lambda(P - P^e)$ ，問 $\lambda =$ _____ (28) _____。

國立中正大學 111 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：經濟學

本科目共 6 頁 第 6 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學

6. 兩期模型裡，廠商第一期生產函數為 $Y_1 = 4K_1^{1/2}N_1^{1/2}$ ，第二期生產函數為 $Y_2 = 4K_2^{1/2}N_2^{1/2}$ 。已知其兩期勞動雇用數量皆相同， $N_1 = N_2 = 100$ ，第一期資本存量為 1000。令資本折舊率 $\delta = 10\%$ ，實質淨利率 $r = 0.3$ 。廠商利潤 $\pi_1 = Y_1 - w_1N_1 - I$ ， $\pi_2 = Y_2 - w_2N_2 + (1 - \delta)K_2$ ；其中 w_1 和 w_2 分別為第一期和第二期的實質工資， I 表投資。求第二期最適資本存量等於多少？ $K_2 =$ (29) ；最適投資等於多少？ $I =$ (30) 。

國立中正大學
111 學年度碩士班招生考試
試題

[第 2 節]

科目名稱	統計學
系所組別	經濟學系國際經濟學

—作答注意事項—

※作答前請先核對「試題」、「試卷」與「准考證」之系所組別、科目名稱是否相符。

1. 預備鈴響時即可入場，但至考試開始鈴響前，不得翻閱試題，並不得書寫、畫記、作答。
2. 考試開始鈴響時，即可開始作答；考試結束鈴響畢，應即停止作答。
3. 入場後於考試開始 40 分鐘內不得離場。
4. 全部答題均須在試卷（答案卷）作答區內完成。
5. 試卷作答限用藍色或黑色筆（含鉛筆）書寫。
6. 試題須隨試卷繳還。

國立中正大學 111 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：統計學

本科目共 3 頁 第 1 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學

第一部分：選擇題與填充題（共 50 分）

注意事項：

- (1) 此部分不須計算過程。
- (2) 選擇題部分請使用「選擇題作答區」作答。
- (3) 填充題部分請自行於作答區第一頁「選擇題作答區」的下面製作如下的填充題作答區：

(6)	(7)	(8)	(9)	(10)

一、 單選題（每題 4 分，共 20 分）

1. (4%) 小明欲估計台灣的跨代所得彈性 (intergenerational income elasticity)，也就是當父母所得 X 變動 1% 時，子女所得 Y 會跟著變動多少百分比。請問他應採用何種計量模型？ (1)
 - (A) $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$
 - (B) $Y = \alpha + \beta \ln(X) + \varepsilon$
 - (C) $\ln(Y) = \alpha + \beta X + \varepsilon$
 - (D) $\ln(Y) = \alpha + \beta \ln(X) + \varepsilon$

2. (4%) 小美欲了解台灣南北地區的男女體重差異，於是考慮以下交乘項模型： $weight = \beta_0 + \beta_1 north + \beta_2 female + \beta_3 north \cdot female + \varepsilon$ ，其中 $weight$ 為體重， $north$ 為北部虛擬變數， $female$ 為女性虛擬變數。請問下列何者正確？ (2)
 - (A) 北部地區的男女體重差異為 $|\beta_1 + \beta_3|$
 - (B) 南部地區的男女體重差異為 $|\beta_2|$
 - (C) 男性體重在南北地區的差異為 $|\beta_1 - \beta_0|$
 - (D) β_0 為全台灣平均體重

3. (4%) 小華欲利用簡單迴歸 $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon$ 找出 X_1 與 Y 的關係，但真實模型為複迴歸 $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u$ 且 $E(u|X_1) = E(u|X_2) = 0$ 。請問在何種情況下最小平方估計量 $\hat{\beta}_1$ 不會有遺漏變數偏誤 (omitted variable bias)？也就是說，在何種情況下 $\hat{\beta}_1$ 為不偏估計量？ (3)
 - (A) $\beta_1 = 0$
 - (B) $\beta_2 = 0$
 - (C) $E(X_1|X_2) = 0$
 - (D) $Var(\varepsilon|X_1) = \sigma^2$

4. (4%) 給定大小為 n 的隨機樣本 $\{(X_i, Y_i)\}_{i=1}^n$ ，已知簡單迴歸 $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$ 之最小平方估計量 $\hat{\beta}_1 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) / \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 。若小英輸入資料時不小心重複輸入 2 次使樣本數變為 $2n$ ，且第 $n+1$ 筆資料與第 1 筆資料相同，第 $n+2$ 筆資料與第 2 筆資料相同...以

國立中正大學 111 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：統計學

本科目共 3 頁 第 2 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學

此類推，也就是 $\{(X_{n+i}, Y_{n+i}) = (X_i, Y_i)\}_{i=1}^n$ 。請問資料重複輸入 2 次後 $\hat{\beta}_1$ 將變為？ (4)

- (A) $4\hat{\beta}_1$
- (B) $2\hat{\beta}_1$
- (C) $\hat{\beta}_1$
- (D) $\hat{\beta}_1/2$

5. (4%) 承上題，給定大小為 n 的隨機樣本 $\{(X_i, Y_i)\}_{i=1}^n$ ，在高斯-馬可夫假設成立下 $\hat{\beta}_1$ 之標準

誤為 $se(\hat{\beta}_1) = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n \hat{\varepsilon}_i^2 / \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$ ，其中 $\hat{\varepsilon}_i = Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i$ 。請問在資料重複輸入 2 次後 $se(\hat{\beta}_1)$ 將有何變化？ (5)

- (A) 變小
- (B) 不變
- (C) 變大
- (D) 不一定

二、 填空题 (每格 6 分，共 30 分)

6. (30%) 小花欲利用下列迴歸模型及估計結果來判斷性別工資差異 (gender wage gap) 是否存在：

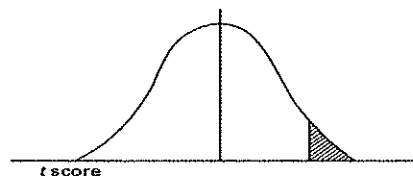
$$\ln(\text{wage}) = \beta_0 + \beta_1 \text{female} + \beta_2 \text{educ} + \beta_3 \text{exper} + \varepsilon$$

$$\ln(\widehat{\text{wage}}) = 0.66 - 0.18 \text{female} + 0.04 \text{educ} + 0.03 \text{exper}$$

(0.23) (0.10) (0.02) (0.01)

$$n = 14, \quad SSR = 2.13, \quad R^2 = 0.17$$

其中 wage 為工資， female 為女性虛擬變數， educ 為受教育年數， exper 為工作經驗，括弧內數字為該係數之標準誤。小花想知道在控制其他變數後，女性與男性的薪資成長率差異是否顯著異於零。請寫下此檢定的虛無假設 (6)， t 統計量 (7)，10% 顯著水準之臨界值 (8)，是否拒絕虛無假設 (9)，以及男女薪資成長率差異的 90% 信賴區間 (10)。



df \ p	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.683	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.160	2.650	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797

國立中正大學 111 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：統計學

本科目共 3 頁 第 3 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學

第二部分：填空題（每格 5 分，共 50 分）

注意事項：

- (1) 此部分不須計算過程。
- (2) 此部分請不要使用「選擇題作答區」作答。
- (3) 此部分請自行於作答區第二頁製作如下的填空題作答區：

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
(f)	(g)	(h)	(i)	(j)

7. (25%) 假設 X 服從常態分配，其期望值為 μ 而變異數為 σ^2 。若 $\alpha X + \beta$ ， $\alpha > 0$ ，服從標準常態分配，則 $\alpha =$ (a) 與 $\beta =$ (b)。給定一組樣本數 $n \geq 2$ 的隨機樣本 $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ ，令 $\hat{\mu} = (X_1 + 2X_2)/3$ 為 μ 的估計量，則其均方誤 (mean squared error) 為 $MSE(\hat{\mu}) =$ (c)。若 $\bar{X} = n^{-1} \sum_{i=1}^n X_i$ 而 $MSE(\bar{X})$ 為其均方誤，則 $MSE(\hat{\mu})$ (d) $MSE(\bar{X})$ ，此空格請填寫 $<$ 或 $>$ 或 $=$ 或無法判定。給定一常數 c ，若 $\hat{\sigma}^2 = c(X_1 - \hat{\mu})^2$ 為 σ^2 的不偏估計量 (unbiased estimator)，則 $c =$ (e)。

8. (25%) 給定兩組彼此相互獨立的隨機樣本 $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 和 $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_m\}$ ，假設 $X_1 \sim N(\mu_X, 1)$ 而 $Y_1 \sim N(\mu_Y, 1)$ 。欲檢定 $H_0: \mu_X = \mu_Y = 0$ ，我們可利用 $W = n\bar{X}^2 + m\bar{Y}^2$ 作為檢定統計量，其中 $\bar{X} = n^{-1} \sum_{i=1}^n X_i$ 而 $\bar{Y} = m^{-1} \sum_{i=1}^m Y_i$ 。則在 H_0 成立下， W 的抽樣分配為 (f) (須正確地寫下分配的參數)，其機率密度函數為 $f_W(w) =$ (g)。若 c 為顯著水準 α 下的臨界值而當 $W > c$ 時拒絕 H_0 ，則該臨界值 $c =$ (h)。另一方面，若檢定統計量 W 的實現值為 4，則其所對應的 p -value = (i)。若此時我們所考慮的顯著水準為 15%，則我們將會 (j) H_0 (此空格請填寫接受或拒絕)。提示：若 Z 服從參數為 δ 和 θ 之伽瑪分配 (gamma distribution)，其機率密度函數為 $f_Z(z) = (\Gamma(\delta)\theta^\delta)^{-1} z^{\delta-1} e^{-z/\theta}$ ， $0 \leq z < \infty$ ， $e \approx 2.71828$)

國立中正大學

111 學年度碩士班招生考試

試題

[第 2 節]

科目名稱	微積分
系所組別	經濟學系國際經濟學

—作答注意事項—

※作答前請先核對「試題」、「試卷」與「准考證」之系所組別、科目名稱是否相符。

1. 預備鈴響時即可入場，但至考試開始鈴響前，不得翻閱試題，並不得書寫、畫記、作答。
2. 考試開始鈴響時，即可開始作答；考試結束鈴響畢，應即停止作答。
3. 入場後於考試開始 40 分鐘內不得離場。
4. 全部答題均須在試卷（答案卷）作答區內完成。
5. 試卷作答限用藍色或黑色筆（含鉛筆）書寫。
6. 試題須隨試卷繳還。

國立中正大學 111 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：微積分

本科目共 3 頁 第 1 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學

第一部分：選擇題（每題 4 分，共 40 分）

注意事項：

(1) 請選出唯一正確的選項。

(2) 請使用「選擇題作答區」作答。

1. 請問極限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{|x-2|}$ 為何？
(A) -5
(B) 0
(C) 5
(D) 不存在
2. 假設 $y = (x^2 + 3)e^{x^2+1}$ ，請問 $\frac{dy}{dx}$ 為何？
(A) $(x^2 + 2x + 3)e^{x^2+1}$
(B) $2x(x^2 + 4)e^{x^2+1}$
(C) $(x + 1)^2 e^{x^2+1}$
(D) $4x^2 e^{x^2+1}$
3. 假設 $x^2 - 3xy + y^3 - 3 = 0$ ，請用隱函數定理 (implicit function theorem) 找出 $\frac{dy}{dx} = ?$
(A) $\frac{3x-3y^2}{2x-3y}$
(B) $\frac{2x-3y}{3x-3y^2}$
(C) $\frac{3y^2-3x}{2x-3y}$
(D) $\frac{3y-2x}{3x-3y^2}$
4. 假設 $f(x) = x + \frac{1}{x}$ 且 $x \neq 0$ ，請問此函數的相對極端值為何？
(A) 相對最大值為 -1，相對最小值為 1
(B) 相對最大值為 1，相對最小值為 -1
(C) 相對最大值為 -2，相對最小值為 2
(D) 相對最大值為 2，相對最小值為 -2
5. 請用萊布尼茲積分法則 (Leibniz integral rule) 找出 $\frac{d}{dx} \int_0^x (x-y)^2 dy = ?$
(A) x^2
(B) $2x - 1$
(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\frac{1}{3}x^3 - x^2 + x$

6. 請用部分積分法 (integration by parts) 找出不定積分 $\int \sqrt{x} \ln(x) dx = ?$

(A) $[3 \ln(x) - 2]x^{3/2} + C$

(B) $[\ln(x) - 1]x^{3/2} + C$

(C) $\frac{2}{3}[\ln(x) - 1]x^{3/2} + C$

(D) $\frac{2}{9}[3 \ln(x) - 2]x^{3/2} + C$

7. 假設 $f(x) = \frac{1}{1+x}$ 且 $x \neq -1$, 請問此函數在 $x = 1$ 展開的 4 階泰勒級數 (Taylor series) 為何?

(A) $1 + \frac{1}{2}(x-1) + \frac{1}{4}(x-1)^2 + \frac{1}{8}(x-1)^3 + \frac{1}{16}(x-1)^4$

(B) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}(x-1) + \frac{1}{8}(x-1)^2 - \frac{1}{16}(x-1)^3 + \frac{1}{32}(x-1)^4$

(C) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}(x+1) + \frac{1}{8}(x+1)^2 - \frac{1}{16}(x+1)^3$

(D) $1 + \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1}{4}(x+1)^2 + \frac{1}{8}(x+1)^3 + \frac{1}{16}(x+1)^4$

8. 請用比例檢驗法 (ratio test) 判斷 (1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$ 與 (2) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{e^n}$ 何者收斂?

(A) 僅 (1) 收斂

(B) 僅 (2) 收斂

(C) (1) 和 (2) 皆收斂

(D) (1) 和 (2) 皆發散

9. 假設 $f(x, y) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 32y + 500$, 在 $x + y = 100$ 之限制下, 用拉格朗日乘數法 (Lagrange multiplier method) 得到的極端值為相對最大或相對最小? 發生在何處?

(A) 相對最小; 發生在 $x = 32$ 及 $y = 68$

(B) 相對最大; 發生在 $x = 32$ 及 $y = 68$

(C) 相對最小; 發生在 $x = 30$ 及 $y = 70$

(D) 相對最大; 發生在 $x = 30$ 及 $y = 70$

10. 承上題, 請問拉格朗日乘數 (Lagrange multiplier) 為何?

(A) 32

(B) 68

(C) 30

(D) 70

國立中正大學 111 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：微積分

本科目共 3 頁 第 3 頁

系所組別：經濟學系國際經濟學

第二部分：填空題（每格 6 分，共 60 分）

注意事項：

- (1) 此部分不須計算過程。
- (2) 此部分請不要使用「選擇題作答區」作答。
- (3) 請自行於作答區第一頁「選擇題作答區」的下面製作如下的填空題作答區：

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
(f)	(g)	(h)	(i)	(j)

11. (30%) 給定常數 $c \neq 0$ ，若某函數 $f(x, y)$ 滿足 $f(cx, cy) = c^k f(x, y)$ ，則該函數稱為 k 階齊次函數。現考慮固定替代彈性 (constant elasticity of substitution, CES) 生產函數： $Q = A[\delta K^{-\rho} + (1 - \delta)L^{-\rho}]^{-1/\rho}$ ，其中 Q 為產量， K 和 L 分別為資本投入與勞動投入， $A > 0$ 為效率參數， $0 < \delta < 1$ 為分配參數， $\rho > -1$ 且 $\rho \neq 0$ 為替代參數。請問此 CES 生產函數為 (a) 階齊次函數？其資本邊際報酬 $MP_K = \frac{\partial Q}{\partial K}$ 與勞動邊際報酬 $MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L}$ 為 (b) 階齊次函數？請利用此二邊際報酬找出等產量曲線之斜率 $\frac{dK}{dL} = -\frac{MP_L}{MP_K} =$ (c)，並用羅必達法則 (L'Hôpital's rule) 找出 $\lim_{\rho \rightarrow 0} \ln\left(\frac{Q}{A}\right) =$ (d)。透過 $Q = Ae^{\ln(Q/A)}$ ，請找出 $\lim_{\rho \rightarrow 0} Q =$ (e)。
12. (30%) 在跨期消費模型中，一個常見設定為固定相對風險趨避 (constant relative risk aversion, CRRA) 效用函數： $u(C_t) = \frac{C_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$ ，其中 C_t 為第 t 期消費， $\theta > 0$ 且 $\theta \neq 1$ 為模型參數。請找出 CRRA 效用函數的相對風險趨避係數 $-C_t \frac{u''(C_t)}{u'(C_t)} =$ (f)，其中 $u'(C_t)$ 和 $u''(C_t)$ 分別代表 $u(C_t)$ 的一階導數和二階導數。接著，請計算 $\ln\left[\frac{u'(C_{t+1})}{u'(C_t)}\right] =$ (g)，並用其得到跨期替代彈性 $-\left\{ \frac{\partial \ln\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)}{\partial \ln\left[\frac{u'(C_{t+1})}{u'(C_t)}\right]} \right\} =$ (h)。最後，請找出 $\lim_{\theta \rightarrow 0} u(C_t) =$ (i) 及 $\lim_{\theta \rightarrow 1} u(C_t) =$ (j)。